第 63 卷　第 4 期　　中山大学学报（自然科学版中英文）　　Vol. 63　No. 4
2024 年　7 月　　ACTA　SCIENTIARUM　NATURALIUM　UNIVERSITATIS　SUNYATSENI　　Jul.　2024

DOI：10. 13471/j. cnki. acta. snus. ZR20240025

基于调相机制的航天器碰撞规避策略设计*

罗宇飞，孟云鹤

中山大学人工智能学院，广东 珠海 519082

摘　要：针对携带电推进等小推力推进系统工作的航天器，提出一种利用连续推力调相机制的在轨碰撞规避机动策略。首先，采用混沌多项式展开方法对初始状态不确定性的航天器碰撞概率进行分析，并以此作为碰撞规避策略的评价指标；进而推导了一种适用于小推力的轨道机动的解析解。利用这一解析结果可以提出一种新的避碰方法，即通过航天器轨道相位的微调减小航天器碰撞概率，并且在机动后能够迅速恢复原轨道相位。数值仿真表明：基于所提出的避碰机动策略，可以在较短时间内减小碰撞概率。数值仿真还揭示了避碰时间、燃耗和推力加速度之间的关系。

关键词：碰撞规避策略；碰撞概率；小推力推进系统；解析控制律

中图分类号：V412.4　　**文献标志码：**A　　**文章编号：**2097－0137（2024）04－0097－10

Design of collision avoidance strategies based on phase modulation mechanism for spacecraft in circular orbit

LUO Yufei, *MENG Yunhe*

School of Artificial Intelligence, *Sun Yat-sen University*, *Zhuhai 519082*, *China*

Abstract: This paper proposed a collision avoidance maneuver strategy using a continuous thrust phasing mechanism for spacecraft equipped with low-thrust propulsion systems, such as electric propulsion. Firstly, the spacecraft collision probability based on the uncertainty of the initial state using chaotic polynomial expansion was analyzed, which served as an evaluation metric for collision avoidance strategies. Subsequently, an analytical solution for orbital maneuver applicable to low-thrust propulsion was derived. This analytical solution introduces a novel collision avoidance method, which involved fine-tuning the spacecraft's orbital phase to reduce collision probability. Besides, this method could swiftly restore the original orbital phase post-maneuver. Numerical simulations demonstrate that the proposed collision avoidance strategy effectively reduced collision probability within a short time. The simulations also revealed the relation between collision avoidance time, fuel consumption, and thrust acceleration.

Key words: collision avoidance strategy; collision probability; low-thrust propulsion system; analytical control law

随着空间技术的不断发展，空间环境中的人造物体越来越多，在轨空间碎片不断增加（李春来等，2002；Johnson，2007）。McDowell（2020）指出，到2020年，已记录的直径大于5 cm的在轨空间目

* **收稿日期：**2024－01－13　　**录用日期：**2024－03－01　　**网络首发日期：**2024－04－01

基金项目：国家自然科学基金（61673390）

作者简介：罗宇飞（1998年生），男；**研究方向：**轨道动力学；E-mail：luoyf37@mail2.sysu.edu.cn

通信作者：孟云鹤（1978年生），男；**研究方向：**轨道动力学、空天智能；
E-mail：mengyh7@mail.sysu.edu.cn

全文阅读
ZR20240025

标超过 20 000 个，并且还在迅速增加。而且，各国正在积极推进各种大规模星座计划，如：美国 SpaceX 公司提出的“星链”计划，预计在 300~1 100 km 的低地球轨道上部署 4 万颗卫星。OneWeb、Lightspeed 等大型星座的推进都将导致空间环境日益拥挤。日益增多的空间碎片将对长期运行的航天器产生严重威胁。已经发生多起对在轨航天器造成威胁的事件，例如：1996 年 Cerise 卫星的姿态失控（Sweeting et al.，2004）、Iridium23 和 Cosmos2251 的碰撞（Wang，2010）。面对数量众多的空间目标，航天器在运行时需要对可能发生的碰撞进行预警，提前做出机动以避免碰撞发生。

在碰撞预警方面，Lei et al.（2004）提出了一种使用球面三角函数的碰撞检测解析算法计算两空间物体的碰撞概率。Jones et al.（2013）提出了一种基于混沌多项式展开的航天器碰撞检测方法，有效计算了航天器碰撞概率。Florijn（2015）认为可以通过卫星轨道部署的方式减小碰撞概率。Zhang et al.（2020）采用混合高斯模型传播轨道不确定性，再利用等效长方体方法计算卫星瞬时碰撞概率。吴启星等（2020）提出了一个安全系数以表征星座防碰性能。此外，精确的初始状态估计能够有效减小碰撞预警的虚警率，减小机动燃耗。随着导航定轨技术的发展，航天器将具备自主高精度导航能力，例如：X 射线脉冲星导航技术利用来自脉冲星的 X 射线辐射来估计航天器的位置和速度（Wang et al.，2023a）。Wang et al.（2023b, 2023c）研究了最小二乘方法在 X 射线脉冲星定规方面的应用，还推导了一种在轨定时方法，用于估计脉冲相位传播模型的超参数，相比传统方法提高了计算效率和精度。

针对规避机动的研究，星链卫星采取提前抬升轨道或者延后抬升轨道的方法，目的是通过高度分层的方式避免碰撞（Song et al.，2023）。文献（SpaceX，2022; Alarcón-Rodriguez et al.，2004）指出欧空局处理了 5 次 ERS-1、ERS-2 和 Envisat 轨道避碰机动。当碰撞概率大于 1×10^{-4}（部分航天器为大于 2×10^{-4}）时，航天器将做出避碰机动，机动方式是向最优机动方向施加脉冲。Slater et al.（2006）研究了编队卫星的碰撞规避问题，采用线性理论计算不确定性协方差随航天器运动的发展，提出了一种能将碰撞概率降到最低同时节省燃料的机动算法。Lee（2012）研究了 GEO 和 IGSO 轨道卫星的避碰策略，认为当两卫星相对位置接近轨道误差时就应该进行避碰机动。Chu et al.（2016）建立双航天器的交会动力学模型，采用高斯伪谱法考虑卫星结构和翻转特性对航天器近距离碰撞避免问题进行优化求解。Yoon et al.（2020）提出通过改变几次卫星发射之间的时间窗口、部署精度和对轨道扰动力控制策略以减小编队卫星之间的碰撞概率。李翠兰等（2014）对交会对接任务的碰撞规避策略开展研究，提出了基于脉冲控制的高度规避、时间规避和与控制策略结合的规避方法。

小推力航天器是未来的趋势，基于小推力的碰撞规避策略研究非常重要。Qi et al.（2011）通过在不同时间点切换控制律，通过小推力实现了航天器追逐问题的碰撞规避。Hernando-Ayuso et al.（2021）研究了圆轨道中两个航天器的最优碰撞规避问题，采用间接法求解了最优控制律。de Vittori et al.（2022）提出了完全解析的碰撞规避控制律，为燃料最优的避碰问题提供良好的初值猜测。Ströbel et al.（2023）研究了在相对运动平面上小推力作用时间和规避距离之间的关系，可以求解特定碰撞概率所需的机动过程。

本文提出一种基于小推力调相机动方法的航天器在轨避碰策略。该方法基于连续小推力实现机动并快速实现碰撞规避。首先，提出采用混沌多项式进行碰撞概率估计；并推导一种连续推力作用下的航天器在轨机动方法，通过椭圆积分的求解可以解析得到机动轨迹；然后，提出碰撞规避策略与流程；最后，通过仿真验证所提出避碰策略的有效性。

1 基于混沌多项式展开的碰撞概率估计

传统的避碰概率估计方法有 BOX 门限、即时估计等（Chao et al.，2019；Li et al.，2022）。这里介绍基于混沌多项式展开（PCE，polynomial chaos expansions）的碰撞概率估计方法。

1.1 混沌多项式展开

PCE 是一种代理模型技术，旨在通过将随机系统投影到谱多项式基上，进而生成近似解。PCE 方法首次由 Wiener 提出，但收敛速度较慢。以 Hermite 为基础的多项式混沌展开由 Ghanem et al.（2003）提出并完善。这里采用非侵入式混沌多项式展开（NIPCE，non-intrusive polynomial chaos expansion）方法进行轨道不确定性量化，该方法将响应函数视作黑箱，只关注系统输入和输出的映射关系而不要求函数具体表达式。

设航天器的初始状态随机变量为

$$\boldsymbol{Z}=(z_1,z_2,\cdots,z_d),\quad \boldsymbol{Z}\in\mathbb{R}^d,\tag{1}$$

其中d为随机变量维度，$\boldsymbol{Z}$为各维随机变量组成的向量。航天器的在轨运动可以表示为随机常微分方程组：

$$\dot{\boldsymbol{X}}=f(\boldsymbol{X},t,u,\boldsymbol{Z}),\tag{2}$$

其中t表示时间，u表示控制变量，$\boldsymbol{X}$表示航天器运动状态向量。

方程(2)可通过多项式近似表示为线性方程：

$$\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{Z})\approx\hat{\boldsymbol{X}}(t,\boldsymbol{Z})=\sum_{i=0}^{P}c_i(t)\phi_i(\boldsymbol{Z}),\tag{3}$$

其中$\phi_i(\boldsymbol{Z})$是与变量分布对应的归一化正交多项式基，i是$\phi_i(\boldsymbol{Z})$的阶数，$c_i(t)$是$\phi_i(\boldsymbol{Z})$的系数向量。参数P由多项式的最高阶数p和随机变量维度d决定，满足

$$P+1=\frac{(d+p)!}{d!\ p!}.\tag{4}$$

依据NIPCE方法，随参数P接近无穷，PCE的近似解$\hat{\boldsymbol{X}}(t,\boldsymbol{Z})$将收敛到真实解$\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{Z})$。根据式(4)，$P$随$p$和$d$的增加而迅速增加，进而导致维数灾难。因此，在计算多项式系数前设计合理的展开阶数十分重要。

正交多项式基$\phi_i(\boldsymbol{Z})$满足以下的正交特性：

$$\delta_{\alpha\beta}=\int_{-1}^{1}\phi_\alpha(\boldsymbol{Z})\phi_\beta(\boldsymbol{Z})\rho(\boldsymbol{Z})\mathrm{d}\boldsymbol{Z},\tag{5}$$

式中$\delta_{\alpha\beta}$是Kronecker delta函数，α和β为多重指标，$\rho(\boldsymbol{Z})$为正交多项式族$\phi(z)$的权函数。由于$\boldsymbol{Z}$的各个变量独立分布，因此$\phi_i(\boldsymbol{Z})$可以表示为单变量多项式基函数的张量积，即

$$\phi_{\alpha_i}(\boldsymbol{Z})=\prod_{j=1}^{d}\phi_{\alpha_j}(z_j),\tag{6}$$

其中$\phi_{\alpha_j}(z_j)$为第j个方向阶数为α_j的多项式阶函数。$\rho(\boldsymbol{Z})$决定了所选取的多项式类型。例如，当z_j服从均匀分布时，对应的多项式基函数$\phi(z_j)$应选取Legendre多项式。当z_j服从正态分布时，$\phi(z_j)$应选取Hermite多项式。

混沌多项式展开方法的关键在于求解正交多项式基函数的系数$c_i(t)$。$c_i(t)$可以通过随机采样的$\boldsymbol{Z}$获得的$\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{Z})$投影到$\phi_i(\boldsymbol{Z})$上得到。

$$c_i(t)=\frac{E(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{Z}),\phi_i(\boldsymbol{Z}))}{E(\phi_i(\boldsymbol{Z}),\phi_i(\boldsymbol{Z}))},\tag{7}$$

$E(\cdot)$表示期望预算函数。

设$a_i=E(\phi_i(\boldsymbol{Z}),\phi_i(\boldsymbol{Z}))$，则式(7)化简为

$$c_i(t)=\frac{1}{a_i}\int\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{Z})\phi_i(\boldsymbol{Z})\rho(\boldsymbol{Z})\mathrm{d}\boldsymbol{Z},\tag{8}$$

式(8)可以通过高斯积分近似计算得到。设高斯积分网格节点$\boldsymbol{Z}_j$处的权重为b，近似积分方程为

$$c_i(t)=\frac{1}{a_i}\sum_{j=1}^{M}\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{Z}_j)\phi_i(\boldsymbol{Z}_j)b_j,\tag{9}$$

其中M为高斯网络节点的总数。

对于多维变量的高斯积分，通常采用张量网络或稀疏网络计算。黄悦琛(2018)指出，当变量维度≥5时，稀疏网络表现出更好的效果。本文将地心惯性系下的位置、速度视为随机变量，总共6维，采用稀疏网格方法计算高斯积分。

1.2　基于PCE方法的碰撞概率计算

对航天器和空间目标在一段时间内的碰撞概率进行估计。假设航天器和空间目标的初始状态为

$$\begin{cases}\boldsymbol{X}_{\mathrm{sat}}(t_0)=[\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}}(t_0)^{\mathrm{T}};\ \boldsymbol{v}_{\mathrm{sat}}(t_0)^{\mathrm{T}}],\\ \boldsymbol{X}_{\mathrm{tg}}(t_0)=[\boldsymbol{r}_{\mathrm{tg}}(t_0)^{\mathrm{T}};\ \boldsymbol{v}_{\mathrm{ref}}(t_0)^{\mathrm{T}}],\end{cases}\tag{10}$$

式(10)中的下标“sat”代表采取规避机动的航天器，若碰撞概率超过预警值可以采取机动进行避碰，下标“tg”代表空间目标，这里空间目标无控。

依据NIPCE理论，在计算多项式系数前需要先对初始状态进行M次随机采样。假设初始状态下，位置和速度满足互相独立的正态分布，则初始样本满足

$$\boldsymbol{X}_l(t_0,\boldsymbol{Z}_i)=\boldsymbol{X}_l(t_0)+L_l\boldsymbol{Z}_i,\tag{11}$$

其中L代表协方差矩阵的下三角Cholesky分解，l代表不同航天器，$i=1,2,\cdots,M$代表不同样本。将采样得到的$\boldsymbol{X}_l(t_0,\boldsymbol{Z}_i)$输入黑箱系统，获得目标时间的状态$\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{Z}_i)$. 根据公式(7)~(9)，在已知$\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{Z}_i)$的条件下可以计算$c_i(t)$.

值得注意的是，多项式展开系数$c_i(t)$仅是时间的函数。对于同一个系统，相同时间的不确定性量化，$c_i(t)$是可复用的。每次计算只需要根据不同样本，更新基函数$\phi_i(\boldsymbol{Z})$即可。

在获得PCE代理模型后，航天器的碰撞概率可以按照下列步骤计算：

1）按照给定分布对初始状态进行随机采样，生成M_c个初始样本集。

2）计算t时刻后两航天器的相对距离$s(t,\boldsymbol{Z}_i,\boldsymbol{Z}'_i)=\left\|\boldsymbol{r}_{\mathrm{sat}}(t,\boldsymbol{Z}_i)-\boldsymbol{r}_{\mathrm{tg}}(t,\boldsymbol{Z}'_i)\right\|_2$，$\boldsymbol{Z}_i$和$\boldsymbol{Z}'_i$仅代表独立采样的两个初始样本。$\|\cdot\|_2$代表$r$的$L_2$范数，用于计算航天器与空间目标的相对距离。

3）计算t时刻后航天器的碰撞概率

$$P_c(R_c)\frac{\sum_{i=1}^{M_c}\text{Boolean}(s_i < R_c)}{M_c},$$

其中 R_c 为给定的航天器刚体碰撞半径，当两航天器相对距离小于 R_c 时认为碰撞发生；Boolean(·)表示括号内表达式的布尔值，若表达式为真则返回1，若假则返回0。航天器碰撞概率的计算流程如图1所示。

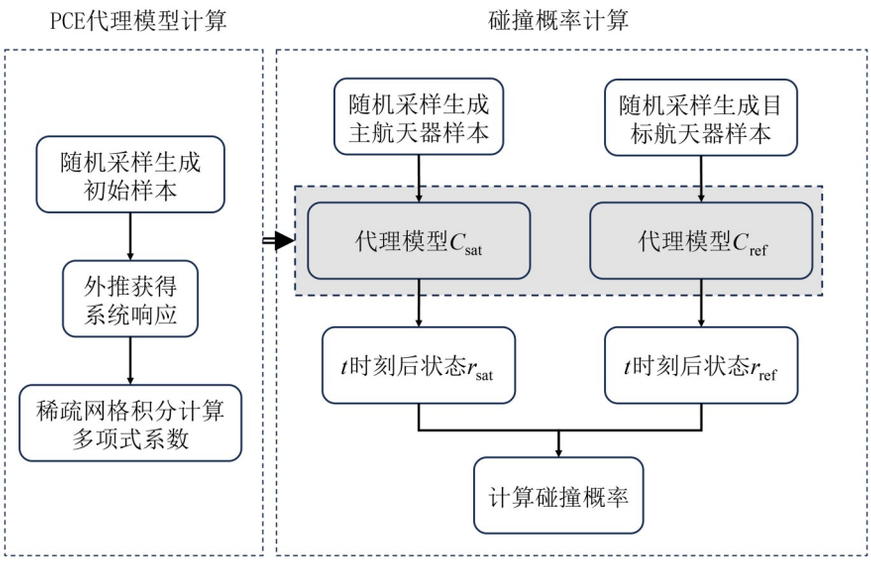

图1 碰撞概率计算流程框图

Fig. 1 Process of collision probability calculation

2 基于连续推力的航天器在轨避碰机动

本文提出了一种基于连续推力的航天器在轨快速机动方法，据此航天器无需驶离原始轨道，仅依靠机动产生的相位差完成碰撞规避任务。

2.1 航天器在轨避碰动力学建模

近圆轨道航天器在轨道平面内的极坐标运动方程可以描述为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2} = r\left(\dfrac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}t}\right)^2 - \dfrac{\mu}{r^2} + u_r,\\ \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(r^2\dfrac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}t}\right) = ru_t,\end{cases} \tag{12}$$

其中 r 表示航天器距离地心的径向距离，β 代表航天器的真近点角；μ 为引力常数；t 为时间；$u_r = u\sin\theta$ 和 $u_t = u\cos\theta$ 是推力加速度在径向和周向方向的分量。θ 是航迹角，u 是推力加速度模值。

由于在机动过程中航天器的轨道高度保持不变，因此施加推力加速度应使航天器在径向上保持受力平衡，即

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2} = 0,\\ \dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = 0.\end{cases} \tag{13}$$

式(13)表明，航天器在机动过程中仍然保持圆轨道运动。满足(13)的推力加速度为

$$u > e\frac{\mu}{r^2}, \tag{14}$$

将式(13)代入(12)得

$$\begin{cases}\dfrac{u}{r}\sin\theta = \dfrac{\mu}{r^3} - \left(\dfrac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}t}\right)^2,\\ \dfrac{u}{r}\cos\theta = \dfrac{\mathrm{d}^2\beta}{\mathrm{d}t^2}.\end{cases} \tag{15}$$

对方程(15)两边平方后相加，化简得

$$\left(\frac{u}{r}\right)^2 = (n^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}\right)^2. \tag{16}$$

初始轨道角速度 n 满足

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{r^3}}. \tag{17}$$

式(16)两边对时间 t 积分，总机动时间 t_f 可以表示为

$$t_f = \frac{1}{n^2}\int_n^{\omega_f}\left[\frac{1}{k^2} - \left(1 - \frac{\omega^2}{n^2}\right)^2\right]^{-1/2}\mathrm{d}\omega, \tag{18}$$

其中 $\omega = \dfrac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}t}$ 表示轨道角速度，$k = \dfrac{\mu}{r^2}/u$ 是引力加速度和推力加速度的比值。

式（18）可以化简为

$$t_f = \frac{1}{n}\sqrt{\frac{k}{1+k}}\int_0^{\psi(\omega_f)}\frac{\mathrm{d}\gamma}{\sqrt{1-m\sin^2\gamma}}, \tag{19}$$

其中 $m = \frac{2}{1+k}$，$\psi(\omega_f) = \arcsin\left(\frac{1+k\alpha}{2}\right)$，$\alpha = 1 - \frac{\omega_f^2}{n^2}$。式(19)是第一类不完全椭圆积分的标准形式。本文采用MATLAB函数ellipticF计算第一类不完全椭圆积分。

上述方程表明，在机动过程中机动时间与最终轨道角速度 ω_f 表现为正相关。即使在机动过程中航天器的径向距离保持不变，轨道角速度的变化将影响机动后的运行轨道。因此，经过 t_f 时间的机动后，沿迹向推力加速度 u_t 方向切换，再次经过 t_f 后抵消轨道形状的变化，完整的机动过程需要时间为 $2t_f$.

机动过程中推力方向的变化在图2中展示。连续推力机动方法可以依据航天器轨道站位分为向前机动和向后机动两种，后半段推力方向的变化与前半段对称，同样可以用式(19)计算。由于航天器从圆轨道开始机动，推力的初始方向与速度方向平行，垂直于地心矢径。

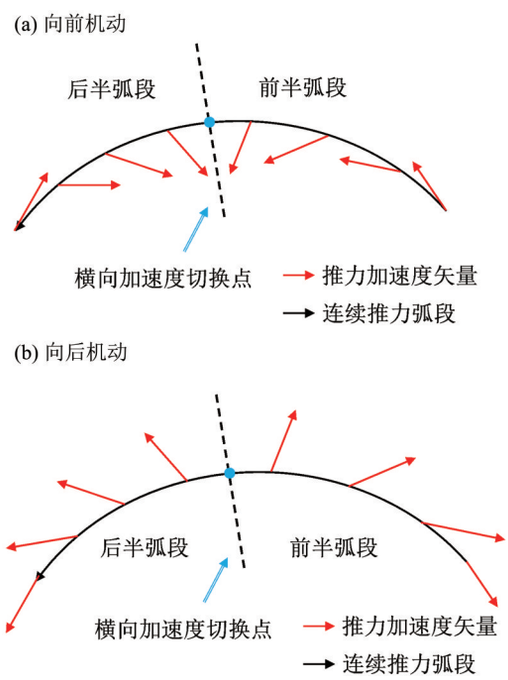

图2　机动弧段中推力方向变化示意图

Fig. 2　Illustration of thrust direction variations in maneuvering arc

根据式(19)，总机动时间 t 可以表示为轨道角速度 ω 的单值函数。代入式(16)，航天器在机动过程中转过的相位为

$$\beta = \theta_f, \tag{20}$$

其中 θ_f 为半程机动中推力转过的角度，满足

$$\theta_f = \arcsin\left(\frac{\mu}{r^2u} - \frac{\omega_f^2 r}{u}\right). \tag{21}$$

设航天器在原始轨道上经过 t 时间后的相位为 $\beta_0 = nt$，此时航天器和原始轨道站位的相位差

$$\Delta\beta = \left|nt - \arcsin\left(\frac{\mu}{r^2u} - \frac{\omega_f^2 r}{u}\right)\right|. \tag{22}$$

可控的轨道角速度存在限制，即

$$\omega_f \in [\omega_{\min}, \omega_{\max}], \tag{23}$$

其中

$$\begin{cases} \omega_{\min} = \sqrt{\frac{\mu}{r^3} - \frac{u}{r}}, \\ \omega_{\max} = \sqrt{\frac{\mu}{r^3} + \frac{u}{r}}. \end{cases} \tag{24}$$

这是由于连续推力需要保持径向上的受力平衡，在轨道角速度增大或减小到一个极限后，航天器的最大推力完全用于平衡离心加速度 $\omega_f^2 r$ 和地心引力 g_0 的差值，不再提供角速度的变化。由于对称性质，航天器轨道角速度到达 $\omega_f = \omega_{\min}$ 或 $\omega_f = \omega_{\max}$ 的机动时间相同，设为 $t_{\max}$。当 $t > t_{\max}$ 时，航天器和原始轨道站位的相位差为

$$\Delta\beta = \left|nt - \arcsin\left(\frac{\mu}{r^2u} - \frac{\omega_f^2 r}{u}\right)\right| + \left|n - \omega_f\right|(t - t_{\max}). \tag{25}$$

通过上述方法，航天器可以通过连续推力作用，在保持圆轨道运动的前提下，完成规避机动。此外，机动过程具有完全解析式，结合对应的碰撞任务要求，利用变步长搜索算法，可实现最小机动时间的快速计算。

2.2　航天器在轨避碰策略设计

LEO、GEO等轨道上存在大量高价值航天器。为保持航天器的正常运行，碰撞避碰机动需要尽量避免驶离原始轨道。基于上述调相机制的机动方法，航天器可以在基本保持近圆轨道运动的情况下完成碰撞规避任务，并在之后，通过执行相反顺序的机动，抵消碰撞规避带来的相位差，从而回到初始轨道站位。根据式(22)和式(25)，避碰过程中的最大相位差出现在第一次机动结束时；在恢复弧段内，相位差逐渐减小至0。

设安全碰撞距离为 R，轨道半径为 r_c，航天器安全通过需要的相位差为

$$\Delta\varphi = 2\arcsin\frac{d}{2r} \approx \frac{d}{r}. \tag{26}$$

规避任务需要首先进行碰撞概率估计，在综

合评估碰撞时间、航天器推力限制、燃料消耗等因素后做出机动。具体步骤(见图3)为：

1）获取空间目标轨道数据$\boldsymbol{R}_{\mathrm{tg}}$、航天器轨道初始状态$\boldsymbol{R}_{\mathrm{sat}}$、$1\sigma$初始轨道不确定度$L$和碰撞预期发生时间$t$.

2）给定航天器最大推力f，分别计算站位向前和站位向后满足阈值要求的最小机动时间$t_k = \min[t_{k\min}, t_{k\max}]$.

3）判断控后碰撞概率是否满足任务要求，否则回到步骤2)重新计算。

4）通过机动弧段后，航天器关闭推力器，沿着轨道自由运动通过预计碰撞地点。

5）按照任务需要，判断是否需要执行恢复机动。

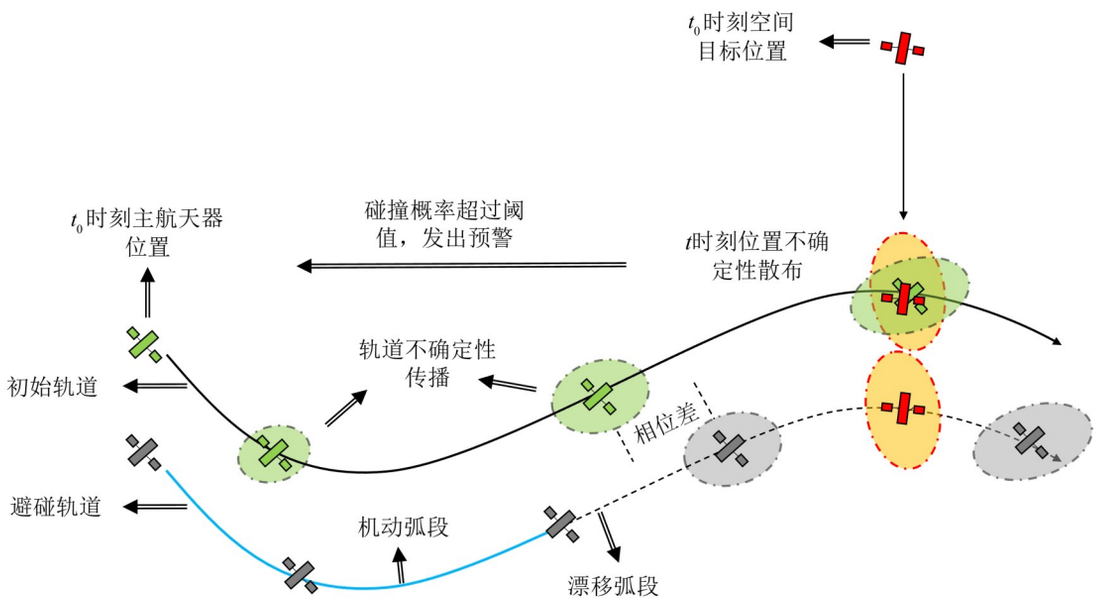

图3 航天器在轨碰撞规避策略

Fig. 3 Orbital collision avoidance strategy

3 仿真分析

本仿真采用的低轨航天器初始轨道参数如表1所示，航天器被认为是质量为100 kg的微小卫星，携带10 kW级的霍尔推进器，可提供最大推力为500 mN(O'Reilly et al., 2021; 刘佳等，2023)。空间目标假设为全程受地面监测的空间碎片，直径小于10 cm(Carpenter et al., 2011)。仿真假设的测定轨水平下，航天器在t_0时刻1σ的位置和速度不确定性分别为50 m和5 mm/s。所有的计算结果均基于10^6次随机抽样，触发预警的碰撞概率阈值设为10^{-5}。

表1 轨道参数

Table 1 Orbit parameters

轨道参数	航天器	空间目标
半长轴/km	6 878	6 864. 256
偏心率	0	0. 002
轨道倾角/(°)	45	27. 515
升交点赤经/(°)	50	66. 945
近地点幅角/(°)	90	143. 017
平近点角/(°)	120	52. 743

3.1 低轨航天器碰撞概率分析

本文使用NIPCE轨道不确定性量化的碰撞概率估计方法，并假设：1）系统的随机输入服从均值为0、协方差矩阵为对角矩阵$\mathrm{diag}[\sigma_r, \sigma_r, \sigma_r, \sigma_v, \sigma_v, \sigma_v]$的高斯分布；2）离散时间$\boldsymbol{T} = [t_0, t_1, \cdots, t_f]$步长较小，能够满足碰撞检测需求；3）假设发生碰撞的物体体积为球形，可以使用式(13)计算碰撞概率；4）设计的NIPCE方法多项式阶数为3，多项式基函数类型采用Hermite多项式。

航天器和空间目标的碰撞预计发生在t_m = 2 000 s时刻。图4展示了航天器和空间目标在t_m时刻的绝对坐标的拟合概率密度函数。从图中可以看出，t_m时刻航天器和空间目标三维坐标的统计结果十分接近；经过计算，t_m时刻航天器和空间目标的平均位置差为17.87 m，相对平均速度差为

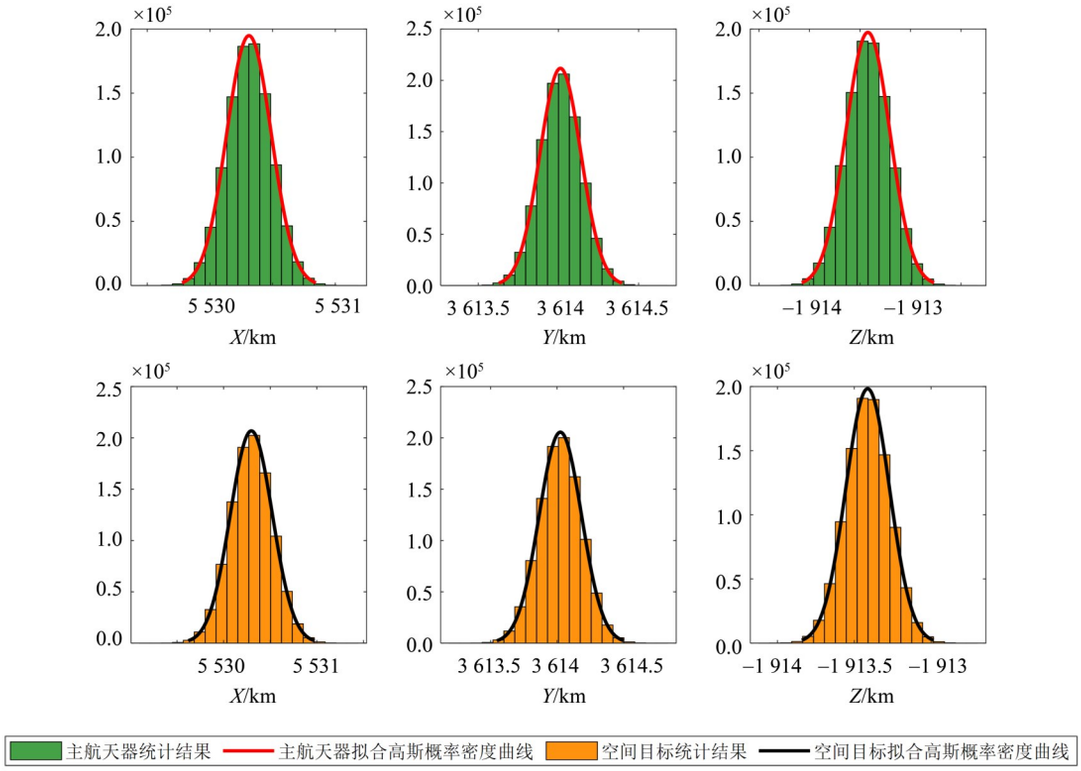

图 4　在 t_m 时刻航天器和空间目标在惯性坐标系下三维位置的概率密度函数

Fig. 4　The probability density functions of the three-dimensional positions in the inertial coordinate system for the spacecraft and space target at t_m

2 654.328 m/s。拟合得到的概率密度函数表现为高斯分布，这是由于 t_m 和 t_0 时刻的时间差较短，并且初始状态的不确定性相对较小。

图 5 展示了在 t_m 时刻附近的碰撞概率曲线。从

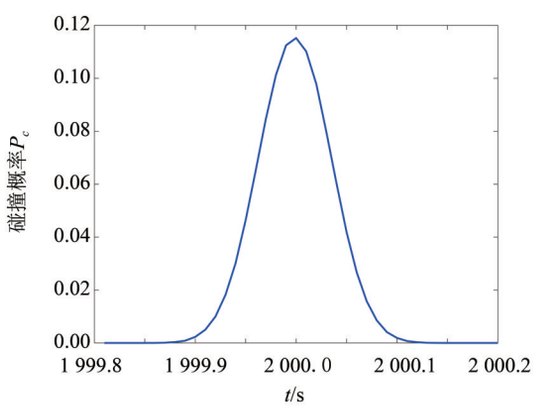

图 5　t_m 时刻附近航天器碰撞概率

Fig. 5　The collision probability near t_m for the spacecraft

图中可以看出，无控状态下航天器在 2 000 s 时出现最大碰撞概率，明显超过预警阈值。

3.2　小推力碰撞规避仿真分析

根据 3.1 的分析，航天器在 t_m = 2 000 s 时刻发现危险目标，在 t = 0 时刻执行避碰机动，推力器输出固定推力加速度 5 × 10^{-3} m/s。设航天器碰撞安全距离为 500 m，折算得到的轨道相位差为 7.27 × 10^{-5} rad，依据式(22)计算得到的避碰机动持续 646.5 s。

图 6 展示了轨道系下无控航天器、避碰航天器、空间目标的位置分布(预计碰撞发生时间点附近)，其中轨道系原点为该时刻下无控航天器三维位置的平均值。图中结果表明，经过避碰机动的航天器轨道分布均值相较无控航天器在沿迹向上出现约 500 m 的漂移，机动航天器的三维轨道分布与空间目标不存在明显相交，符合避碰设计指标。

图 7 展示了绝对轨道系下航天器和空间目标的运动轨迹。结果表明，航天器按照设计的避碰机动序列，经过了机动避碰-自由漂移-站位恢复三个阶段完成碰撞规避任务。图 8 展示了避碰机动后的碰撞概率。在原始碰撞时刻附近，航天器最大碰撞概率为 10^{-6}，小于预警值 10^{-5}，可以认为航天器完成碰撞规避任务。

图 9 中展示了完成相同任务下，不同推力加速度下避碰机动需要的时间和燃耗曲线，燃耗通过蓝色实线绘制，其单位在左侧纵坐标上显示，避

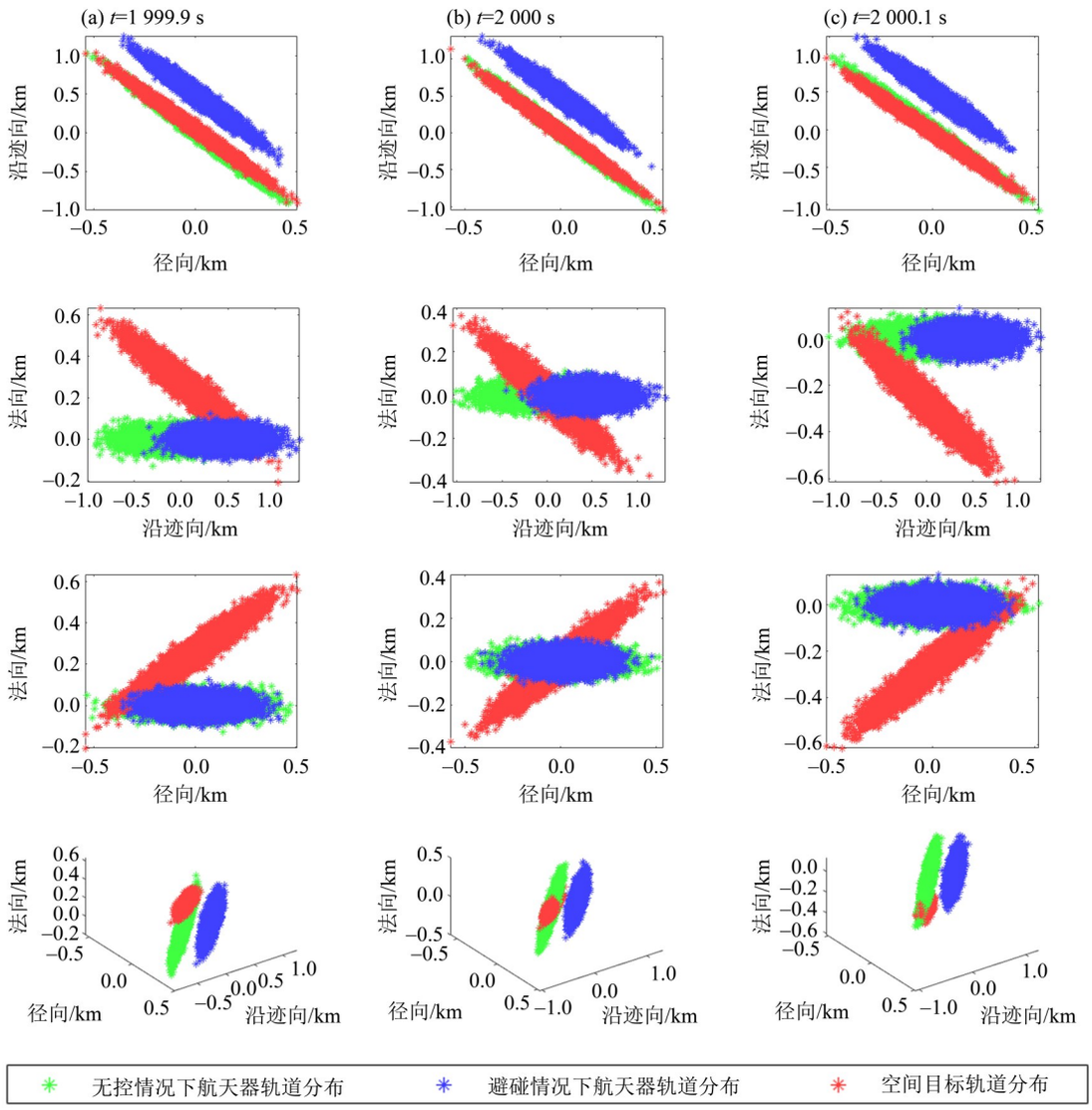

图 6　轨道系下航天器避碰机动效果

Fig. 6　The avoidance maneuver effect of the spacecraft in the orbitial coordinate system

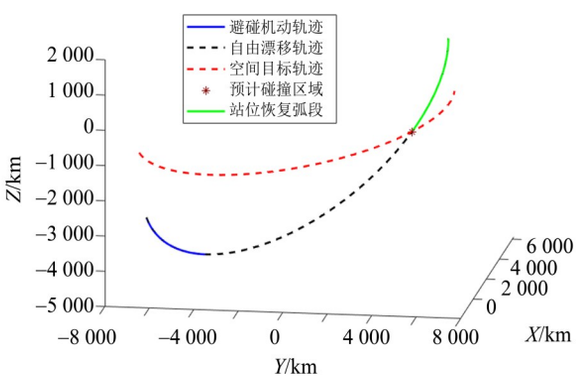

图 7　惯性系下航天器避碰轨迹

Fig. 7　Avoidance trajectory of the spacecraft in the inertial coordinate system

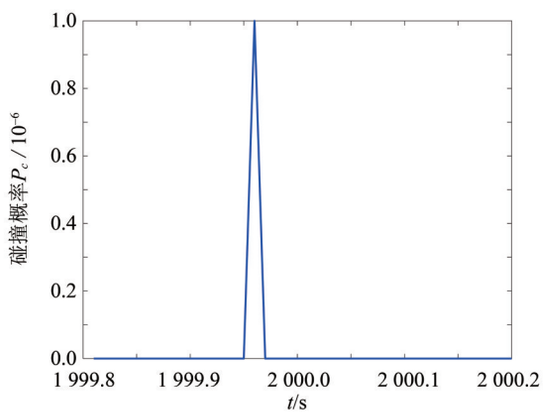

图 8　避碰机动后碰撞概率

Fig. 8　Collision probability after avoidance maneuver

碰时间通过红色实线绘制，其单位在右侧纵坐标上显示。本文采用ΔV作为评价航天器机动的燃耗指标，由于避碰过程采用固定的推力加速度，满足$\Delta V = ut$。根据式(14)，初始状态不确定性产生的推力加速度最小约束通过蓝色虚线展示，避碰时间产生的推力加速度约束通过红色虚线展示。从图9中可以看出，避碰过程产生的燃耗随推力加速度的增加而增加，需要的时间随推力加速度增加而降低。因此，在避碰时间充足、推力满足径向受力平衡的条件下，越小的推力器配置将带来越小的燃耗。

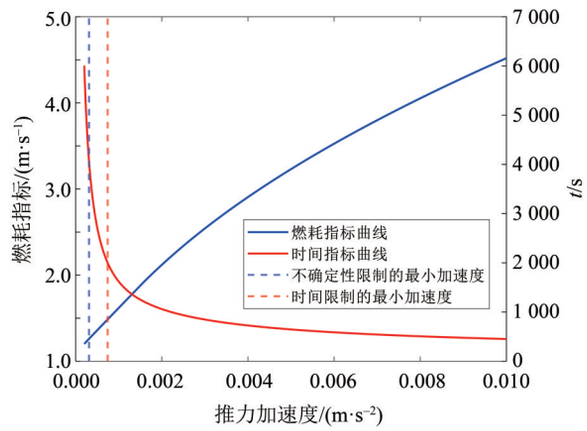

图9　不同推力加速度和时间、燃耗的关系

Fig. 9　Relation between thrust acceleration and time, fuel consumption

4　结　论

针对近圆轨道航天器，设计了基于NIPCE轨道不确定性量化的碰撞概率估计和小推力在轨避碰机动方法。仿真结果表明：

（1）所提出的航天器在轨碰撞规避机动方法能够在不改变航天器初始轨道高度的前提下规避碰撞，并且能快速恢复航天器原始站位，减少对航天器正常工作的影响。

（2）该方法支持配置电推进等微小推力器的航天器快速实现在轨避碰。

（3）该方法的机动轨迹可全程解析计算，具有更好的在轨实时性。

参考文献：

黄悦琛，2018. 火星进入不确定性最优轨迹规划与制导方法研究[D]. 长沙：国防科技大学.

李翠兰，唐歌实，胡松杰，等，2014. 交会对接任务碰撞规避策略制定研究[J]. 载人航天，20(1)：9-15.

李春来，欧阳自远，都亨，2002. 空间碎片与空间环境3[J]. 第四纪研究，22(6)：540-551.

刘佳，田雷超，张岩，等，2023. 大功率霍尔电推进技术发展与思考[J]. 中国航天，(11)：59-65.

吴启星，陈雨，2020. Walker星座碰撞检测及碰撞概率分析[J]. 上海航天(中英文)，37(5)：73-78+85.

ALARCÓN-RODRIGUEZ J R，MARTINEZ-FADRIQUE F M，KLINKRAD H，2004. Development of a collision risk assessment tool[J]. Adv Space Res，34(5)：1120-1124.

CARPENTER J R，MARKLEY F L，ALFRIEND K T，et al，2011. Sequential probability ratio test for collision avoidance maneuver decisions based on a bank of norm-inequality-constrained epoch-state filters [C]// Astrodynamics Specialist Conference. AAS.

CHAO W，ZHANG Z L，YONG L，et al，2019. Improved hybrid bounding box collision detection algorithm [J]. J Syst Simulat，30(11)：4236-4243.

CHU X，ZHANG J，LU S，et al，2016. Optimised collision avoidance for an ultra-close rendezvous with a failed satellite based on the Gauss pseudospectral method[J]. Acta Astronaut，128：363-376.

de VITTORI A，PALERMO M F，LIZIA P D，et al，2022. Low-thrust collision avoidance maneuver optimization [J]. J Guid Control Dyn，45(10)：1815-1829.

FLORIJN D W，2015. Collision analysis and mitigation for distributed space systems[D]. Delft，Nederland：Delft University of Technology.

GHANEM R G，SPANOS P D，2003. Stochastic finite elements：A spectral approach [M]. New York：Springer-Verlag.

HERNANDO-AYUSO J，BOMBARDELLI C，2021. Low-thrust collision avoidance in circular orbits[J]. J Guid Control Dyn，44(5)：983-995.

JOHNSON N L，2007. Current characteristics and trends of the tracked satellite population in the human space flight regime[J]. Acta Astronaut，61(1/2/3/4/5/6)：257-264.

JONES B A，DOOSTAN A，2013. Satellite collision probability estimation using polynomial chaos expansions[J]. Adv Space Res，52(11)：1860-1875.

LEE B S，2012. GEO satellite collision avoidance maneuver strategy against inclied GSO satellite [C]// SpaceOps. Reston，Virigina：AIAA：1294441.

LEI C，BOZHAO Z，LEI H，2004. An analytic method of

collision detection for active spacecrafts [C]//55th International Astronautical Congress of the International Astronautical Federation. The International Academy of Astronautics, and The International Institute of Space Law. IAA:2.

LI, J S, ZHEN Y, LUO Y Z, 2022. A review of space-object collision probability computation methods [J]. Astrodynamics, 6(2): 95-120.

McDOWELL J C, 2020. The low earth orbit satellite population and impacts of the SpaceX Starlink constellation[J]. Astrophys J Lett, 892(2): L36.

O'REILLY D, HERDRICH G, KAVANAGH D F, 2021. Electric propulsion methods for small satellites: A review [J]. Aerospace, 8(1): 22.

QI Y, JIA Y, 2011. Active collision avoidance maneuver under constant thrust [J]. Adv Space Res, 48 (2): 349-361.

STRÖBEL R, STOLL E, 2023. Analytical assessment of short-duration low-thrust collision-avoidance maneuvers [J]. J Guid Control Dyn, 47(2): 358-365.

SPACEX. SpaceXs approach to space sustaniability and safety [EB/OL]. (20220222). https://www.spacex.com/updates/#sustainability.

SLATER G L, BYRAM S M, WILLIAMS T W, 2006. Collision avoidance for satellites in formation flight [J]. J Guid Control Dyn, 29(5): 1140-1146.

SONG M Z, WANG Y D, ZHENG W, et al, 2023. Fast period estimation of X-ray pulsar signals using an improved fast folding algorithm [J]. Chinese Journal of Aeronautics(CJA), 36(10): 309-316.

SWEETING M N, HASHIDA Y, BEAN N P, et al, 2004. CERISE microsatellite recovery from first detected collision in low earth orbit [J]. Acta Astronaut, 55(2): 139-147.

WANG T, 2010. Analysis of debris from the collision of the Cosmos 2251 and the Iridium 33 satellites [J]. Sci Glob Secur, 18(2): 87-118.

WANG Y D, ZHENG W, ZHANG S N, et al, 2023a. Review of X-ray pulsar spacecraft autonomous navigation [J]. Chinese Journal of Aeronautics(CJA), 36(10), 44-63.

WANG Y D, ZHANG S N, GE M Y, et al, 2023b. Fast on-orbit pulse phase estimation of X-ray crab pulsar for XNAV flight experiments [J]. IEEE Transa Aerosp Electron Syst, 59(3), 3395-3404.

WANG Y D, ZHENG W, GE M Y, et al, 2023c. Use of statistical linearization for nonlinear Least-Squares problems in pulsar navigation[J]. J Guid Control Dyn, 46 (9), 1850-1856.

YOON Z, LIM Y, GRAU S, et al, 2020. Orbit deployment and drag control strategy for formation flight while minimizing collision probability and drift [J]. CEAS Space J, 12(3): 397-410.

ZHANG S, FU T, CHEN D, et al, 2020. Satellite instantaneous collision probability computation using equivalent volume cuboids [J]. J Guid Control Dyn, 43 (9): 1757-1763.

（责任编辑　王海蓉）